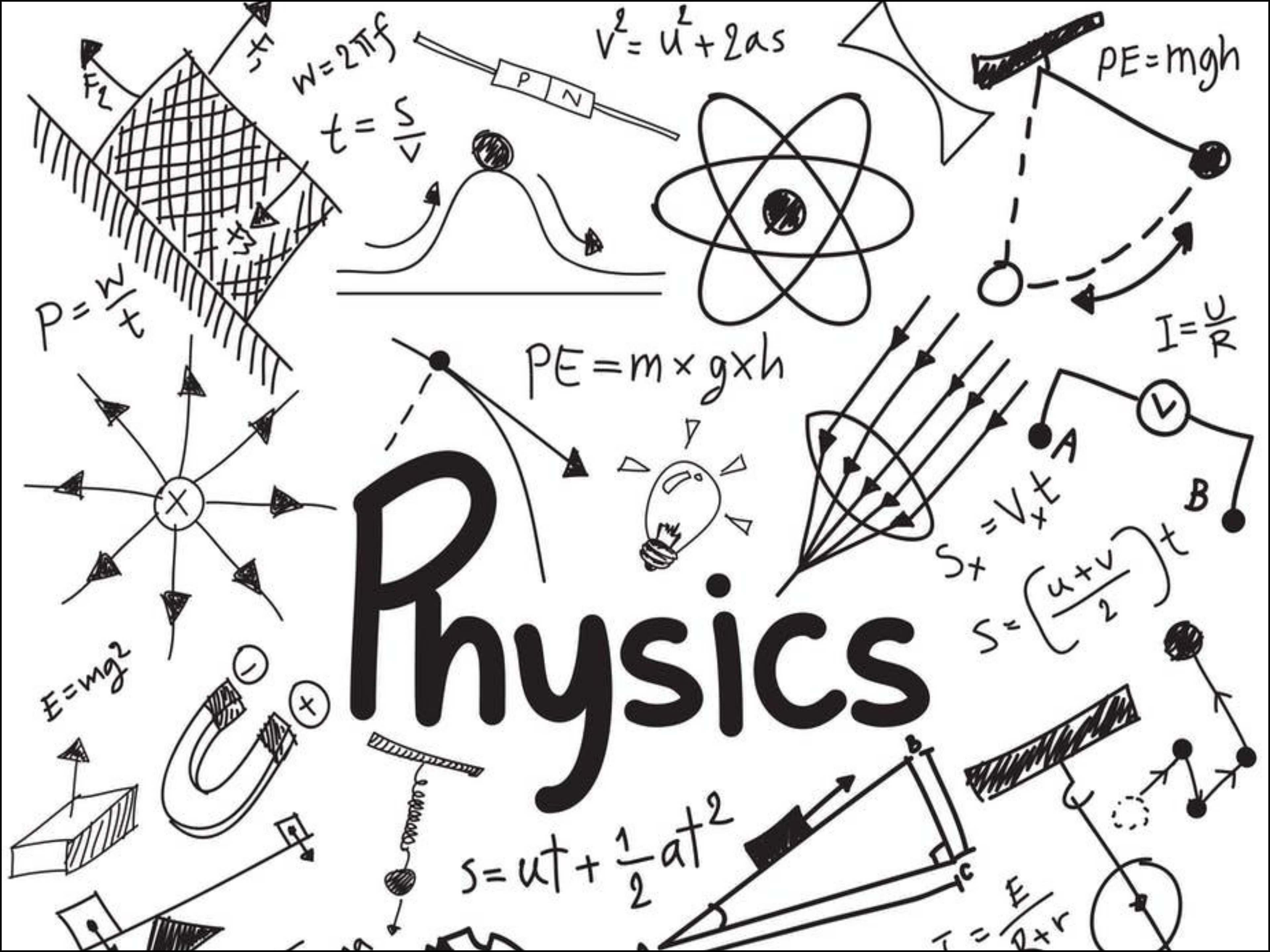


Physics
$W = 2\pi f$
$v^2 = u^2 + 2as$
$PE = mgh$
$t = \frac{S}{V}$
$P = \frac{W}{t}$
$PE = m \times g \times h$
$I = \frac{U}{R}$
$S_x = V_x t$
$S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$
$E = mg^2$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$
F_2
F_3
P
N
A
B
C

Reminder…

- **Διαλέξεις**
  - **Προαιρετική** παρουσία!
  - Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
  - Δεν υπάρχουν απουσίες
  - Υπάρχει <u>**σεβασμός**</u> στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
  - **Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας**: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά

Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Ενέργεια Συστήματος (review...)

- **Κινητική Ενέργεια**

$$K = \frac{1}{2}mu^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}mu_f^2 - \frac{1}{2}mu_i^2$$

  - Σχετίζεται με την **κίνηση** ενός συστήματος (των μελών του)

- **Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια**

$$U_g = mgy \Rightarrow \Delta U_g = mgy_f - mgy_i$$

  - Σχετίζεται με την **αλλαγή σχετικής θέσης** (κατακόρυφη απομάκρυνση y) **των μελών του συστήματος** {σώματα, Γη} σε σχέση με τη Γη

Ενέργεια Συστήματος (review…)

- **Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου**
- Όταν σε ένα σύστημα ασκούνται **εξωτερικές δυνάμεις**, το συνολικό έργο που παράγεται από αυτές στο σύστημα ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος

$$\boxed{\Delta K = K_f - K_i = \sum W_{ext.forces}}$$

- Γνωστά έργα:
  - Βάρους: $W_{F_g} = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{y} = mg\left(y_i - y_f\right)$
  - Ελατηρίου: $W_s = \int \vec{F}_s \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \frac{1}{2}k\left(x_i^2 - x_f^2\right)$
  - Τριβής: $W_{f_k} = \vec{f}_k \cdot \Delta\vec{x} = -f_k \Delta x$

Ενέργεια Συστήματος

- Ας δούμε μια **άλλης μορφής δυναμική ενέργεια** που μπορεί να έχει ένα σύστημα
- Πίσω στο ελατήριο! ☺ Σύστημα: **{<u>ελατήριο, σώμα</u>}**
  - **Διμελές** σύστημα!
  - Δύναμη ελατηρίου: **εσωτερική** στο σύστημα!
- Είδαμε στην προ-προηγούμενη διάλεξη ότι

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 = -W_{ext}$$

- Το **έργο** που παράγεται στο σύστημα **εξαρτάται από την αρχική και την τελική θέση του σώματος σε σχέση με τη θέση ισορροπίας του ελατηρίου**
  - Είναι κι αυτό μια **διάταξη** των μελών του συστήματος!

Ενέργεια Συστήματος

- Άρα αν θεωρήσουμε ότι

$$\boxed{U_s = \frac{1}{2}kx^2}$$

τότε

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f}(-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$
$$= U_s^i - U_s^f = -\Delta U_s$$

με U_s την

ελαστική δυναμική ενέργεια

που σχετίζεται με το **σύστημα {σώμα, ελατήριο}**

Ενέργεια Συστήματος

- Συνοψίζοντας:
- Σύστημα {σώμα, Γη}
  - Πολυμελές!
  - **Βαρυτική** δυναμική ενέργεια
  - «Θέση» αναφοράς: συνήθως επίπεδο επιφάνειας Γης ($y = 0$)

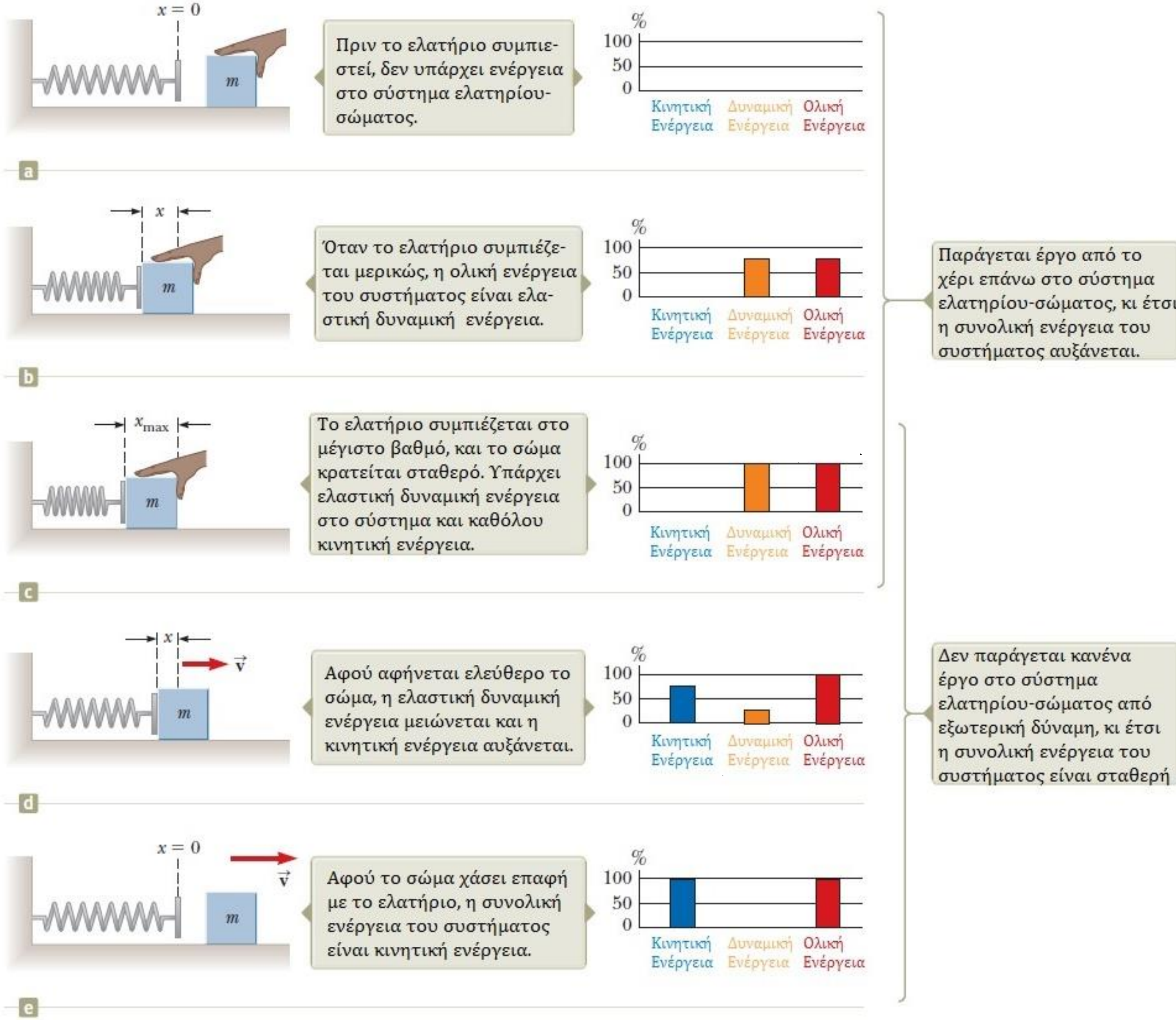
$$\boxed{U_g = mgy}$$

- Σύστημα {ελατήριο, σώμα}
  - Πολυμελές!
  - **Ελαστική** δυναμική ενέργεια
  - «Θέση» αναφοράς: θέση φυσικού μήκους ελατηρίου ($x = 0$)

$$\boxed{U_s = \frac{1}{2}kx^2}$$

- Και στις δυο περιπτώσεις, οι **διαφορές** δυναμικής ενέργειας έχουν σημασία!

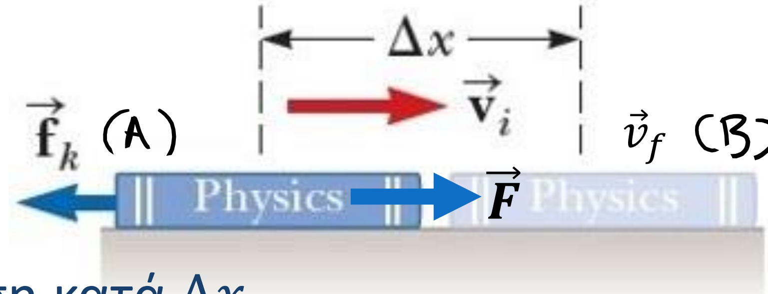
Ενέργεια Συστήματος



Ενέργεια Συστήματος

$\longrightarrow +$

- Ας δούμε και μια ακόμη μορφή ενέργειας που μπορεί να έχει ένα σύστημα
- Σύστημα = **{βιβλίο}**
  - **Σταθερή** δύναμη $\vec{F}$
  - **Σταθερή** επιτάχυνση: μετατόπιση κατά Δx
  - Κίνηση υπό σταθερή δύναμη (**Μοντέλο I**) και κίνηση υπό σταθερή επιτάχυση (**Μοντέλο II**):

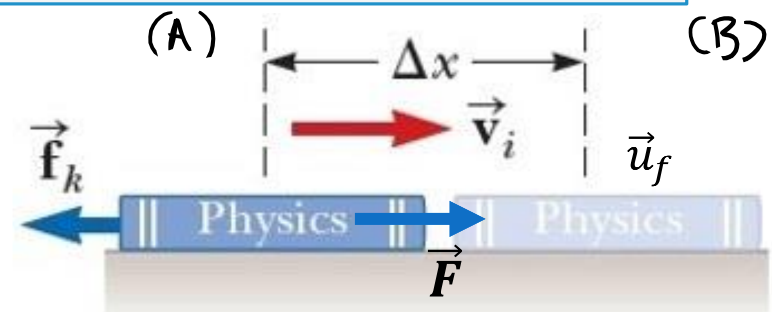


$$\sum F_x = ma \Leftrightarrow F - f_k = m\boldsymbol{a}$$

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a\Delta x \Leftrightarrow \boldsymbol{a} = \frac{1}{\Delta x}\frac{\left(u_f^2 - u_i^2\right)}{2}$$

$$F\Delta x - f_k\Delta \mathrm{x} = W_F - f_k\Delta \mathrm{x} = K_f - K_i \Rightarrow W_F = \Delta K + f_k\Delta \mathrm{x}$$

Ενέργεια Συστήματος



- Σύστημα = {**βιβλίο**}

$$W_F = \Delta K + f_k \Delta x = \Delta K - W_{f_k}$$

- Πού πήγε η ενέργεια μέσω του έργου της $\vec{F}$??
  - Μετατράπηκε τόσο σε αύξηση της **κινητικής ενέργειας** του σώματος όσο και σε **αύξηση της θερμοκρασίας της επιφάνειας ΚΑΙ του βιβλίου ➔ μεταβολή στη θερμική ενέργεια**:

$$\Delta E_{th} = f_k \Delta x = -(-f_k \Delta x) = -W_{f_k}$$

  - Μεταβολή στη θερμοκρασία του συστήματος

{βιβλίο, επιφάνεια}

Ενέργεια Συστήματος

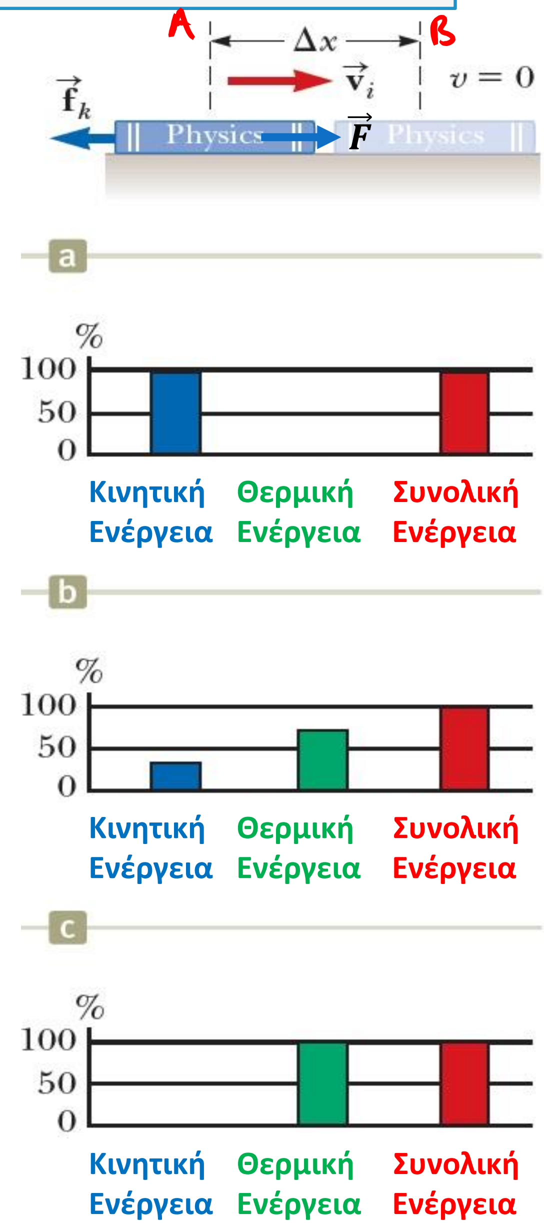
- Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σύστημα μετατράπηκε και σε ***θερμική ενέργεια*** του συστήματος {**βιβλίο, επιφάνεια**} (**όχι μόνο βιβλίο**!)
  - **Η επιφάνεια και το βιβλίο** θερμάνθηκαν!

- Θα ονομάζουμε την ενέργεια που σχετίζεται με τη θερμοκρασία ενός συστήματος ως ***θερμική ενέργεια***, και θα τη συμβολίζουμε με

$$E_{th}$$

- Στο προηγούμενο παράδειγμα (και γενικότερα)

$$\boxed{\Delta E_{th} = -W_{\tau\rho\iota\beta\eta\varsigma} = f_k \Delta x}$$



Ενέργεια Συστήματος

- **Συνολικές παρατηρήσεις**

- Για να μιλήσουμε για **δυναμικές** ενέργειες (κάθε μορφής) χρειαζόμαστε **πολυμελή** (**διμελή** τουλάχιστον) συστήματα
  - Η δύναμη που σχετίζεται με τη **δυναμική** ενέργεια πρέπει να είναι **εσωτερική** δύναμη στο σύστημα
    - Δύναμη **βάρους** στο σύστημα {σώμα, **Γη**}
      - Σχετίζεται με τη **βαρυτική** δυναμική ενέργεια
    - Δύναμη **ελατηρίου** στο σύστημα {**ελατήριο**, σώμα}:
      - Σχετίζεται με την **ελαστική** δυναμική ενέργεια

- Για να μιλήσουμε για **θερμική** ενέργεια χρειαζόμαστε ξανά **πολυμελή** συστήματα (**διμελή** τουλάχιστον), με το ένα μέλος να είναι κάποια **μη λεία επιφάνεια** που ολισθαίνει ένα άλλο μέλος του συστήματος
  - Η δύναμη που σχετίζεται με τη **θερμική** ενέργεια είναι **εσωτερική** του συστήματος
    - δύναμη **τριβής ολισθήσεως** στο σύστημα {σώμα, **επιφάνεια**}

Ενέργεια Συστήματος

- **Συνολικές παρατηρήσεις**

- Χρειαζόμαστε ένα «**ενεργειακό πλαίσιο**» για να εφαρμόζουμε τις νέες αυτές ενεργειακές μεταβολές
- Το Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου αφορά **μονομελή** συστήματα και οι ενεργειακές μεταβολές που είδαμε εκφράζονται μέσω των **έργων** των αντίστοιχων δυνάμεων
- Για παράδειγμα, σε ένα **μονομελές** σύστημα, το ΘΜΚΕΕ θα δίνει:

$$\Delta K = W_F + W_{f_k} + W_{F_g} + W_{F_s}$$

- Είδαμε πριν ότι

$$W_{f_k} = -\Delta E_{th}$$

$$W_{F_g} = U_{g_i} - U_{g_f} = -\Delta U_g$$

$$W_{F_s} = U_{s_i} - U_{s_f} = -\Delta U_s$$

- **<u>ΔΕΝ</u>** μπορούμε να κάνουμε αυτές τις αντικαταστάσεις στην παραπάνω εξίσωση, καθώς δεν ορίζονται σε μονομελή συστήματα!

Ενέργεια Συστήματος

- **Συνολικές παρατηρήσεις**

$$\Delta K = W_F + W_{f_k} + W_{F_g} + W_{F_s}$$

- Φυσικά μπορούμε να γράψουμε ότι

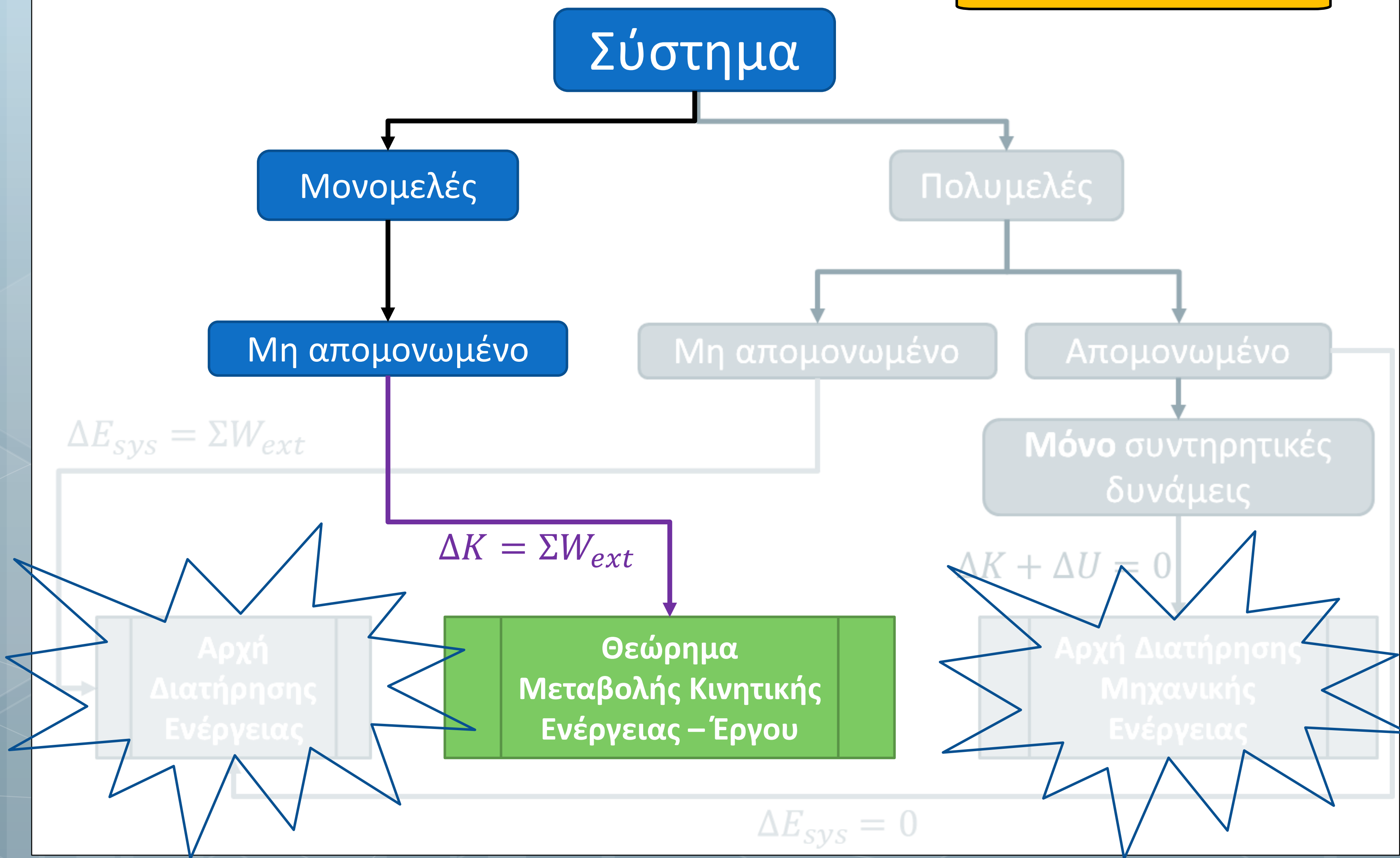
$$W_{f_k} = \vec{f}_k \cdot \Delta\vec{x} = f_k \Delta x \cos(\pi) = -f_k \Delta x$$
$$W_{F_g} = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{y} = -mg\left(y_f - y_i\right) = mgy_i - mgy_f$$
$$W_{F_s} = \int \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{x} = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

- ...και να λύσουμε το πρόβλημα, αλλά δεν μπορούμε να αναφερθούμε σε **μεταβολές ενέργειας πέραν της κινητικής στο ΘΜΚΕΕ!**

- **Άραγε ποιό/ά ενεργειακό/ά θεώρημα/τα μπορεί να μας επιτρέψει να χρησιμοποιούμε κατευθείαν τις δυναμικές/θερμικές ενέργειες??!!**

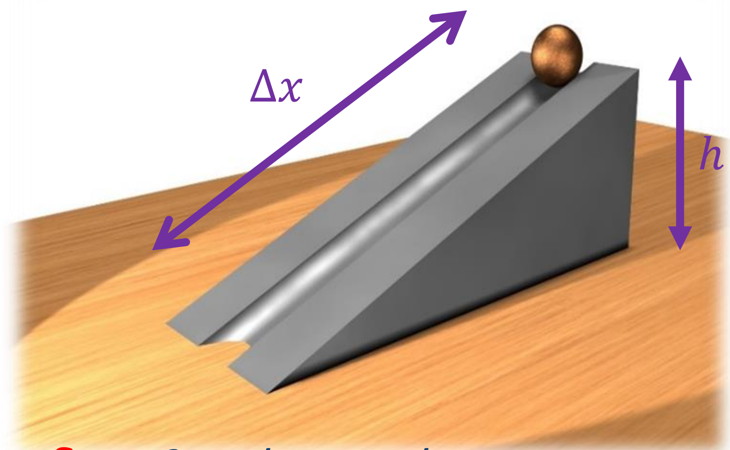
Ενέργεια Συστήματος

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων



Ενέργεια Συστήματος

- Θεωρήστε το διπλανό σύστημα: **{μπάλα, επικλινές, επιφάνεια (Γη)}** Η **απόσταση** που μια μπάλα ολισθαίνει σε μια επικλινή επιφάνεια με τριβές, έχει μεγάλη σημασία για το **πόση** *δυναμική* ενέργεια μετατρέπεται σε *θερμική*
  - Μεγαλύτερη απόσταση → μεγαλύτερο ποσοστό **δυναμικής** ενέργειας μετατρέπεται σε **θερμική** λόγω του έργου της δύναμης τριβής
  - Υπάρχει εξάρτηση από το «μονοπάτι»



- Αντίθετα, το έργο της δύναμης του βάρους **δεν** εξαρτάται από το «μονοπάτι» που ακολουθεί το σώμα!

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{y} = -mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} = mg\boldsymbol{h}$$

ενώ

$$W_{\tau\rho\iota\beta\eta\varsigma} = -f_k \boldsymbol{\Delta x}$$

Ενέργεια Συστήματος

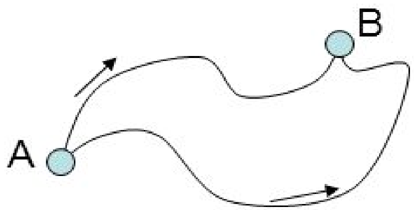
- Αυτή η **εξάρτηση από τη διαδρομή** («μονοπάτι») που ακολουθεί το σώμα ορίζει δυο κατηγορίες δυνάμεων:
  - ***Συντηρητικές (conservative)***
    - Έργο ανεξάρτητο από τη διαδρομή, π.χ. δύναμη βαρύτητας
  - ***Μη συντηρητικές (nonconservative)***
    - Έργο εξαρτημένο από τη διαδρομή, π.χ. δύναμη τριβής ολίσθησης

- **Συντηρητικές δυνάμεις – Ιδιότητες:**
  1. Το **έργο** που παράγεται από μια τέτοια δύναμη σε ένα σώμα που κινείται ανάμεσα σε οποιαδήποτε δυο σημεία είναι **ανεξάρτητο της διαδρομής** ανάμεσα σε αυτά.
  2. Το **έργο** που παράγεται από μια τέτοια δύναμη σε ένα σώμα που κινείται **σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν**.

Ενέργεια Συστήματος

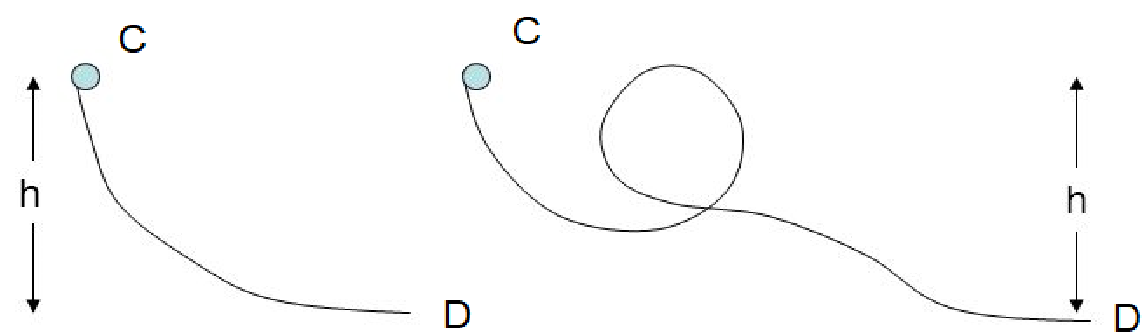
Έστω ότι οι κινήσεις μεταξύ των σημείων οφείλονται σε μια συντηρητική δύναμη

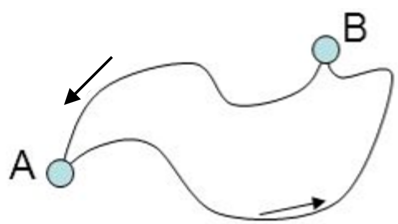
Συντηρητικές δυνάμεις - Ιδιότητες:



Το έργο που παράγεται στη διαδρομή από το A στο B είναι το ίδιο για κάθε μια από τις διαδρομές.

Όμοια και για τις διαδρομές από το C στο D.





Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης από το A στο B και ξανά μετά στο A είναι μηδέν (κλειστή διαδρομή)

Ενέργεια Συστήματος

- Μια δύναμη λέγεται ***μη συντηρητική*** αν δεν ικανοποιεί (τουλάχιστον μια από) τις ιδιότητες 1 και 2 που είδαμε πριν
  - Παράδειγμα: τριβή ολίσθησης

- Η δράση **αποκλειστικά συντηρητικών** δυνάμεων είναι μεγάλο πλεονέκτημα για ένα σύστημα, καθώς μπορεί να υποστηρίξει ένα **συγκεκριμένο ενεργειακό θεώρημα**

- Ας ορίσουμε το **άθροισμα της κινητικής K και της (μιας ή περισσότερων) δυναμικής ενέργειας U** ενός **πολυμελούς** συστήματος ως τη ***μηχανική ενέργεια*** του συστήματος:

$$E_{mech} = K + U$$

Ενέργεια Συστήματος

- Αποδεικνύεται πειραματικά ότι οι ***μη** συντηρητικές* δυνάμεις που δρουν σε ένα **πολυμελές** σύστημα **αλλάζουν** τη **μηχανική ενέργεια** του συστήματος! Αντίθετα, **οι *συντηρητικές* τη διατηρούν**!

Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας – ΑΔΜΕ

$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U = 0$$

μόνο αν στο πολυμελές σύστημα δρουν **αποκλειστικά συντηρητικές** δυνάμεις!

- Προφανώς για τον ορισμό δυναμικής ενέργειας απαιτείται **πολυμελές** σύστημα

- Και **ποιες** δυνάμεις είναι συντηρητικές?...

Ενέργεια Συστήματος

- **Παραδείγματα συντηρητικών δυνάμεων**

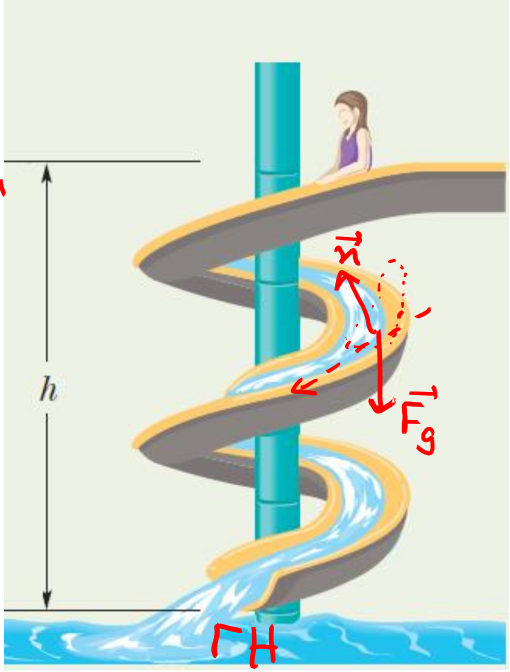
  - **Δύναμη Βαρύτητας $\vec{\boldsymbol{F}}_g$**
    - $W_g = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = -mg\vec{\boldsymbol{j}} \cdot (y_f - y_i)\vec{\boldsymbol{j}} = mgy_i - mgy_f$
    - Εξάρτηση μόνο από τα y_i, y_f, **όχι** από τη διαδρομή σε αυτά
    - $W_g = 0$, σε **κλειστή** διαδρομή ($y_i = y_f$)

  - **Δύναμη ελατηρίου $\vec{\boldsymbol{F}}_s$**
    - $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$
    - Εξάρτηση μόνο από τα x_i, x_f, **όχι** από τη διαδρομή σε αυτά
    - $W_s = 0$, σε **κλειστή** διαδρομή ($x_i = x_f$)

Ενέργεια Συστήματος

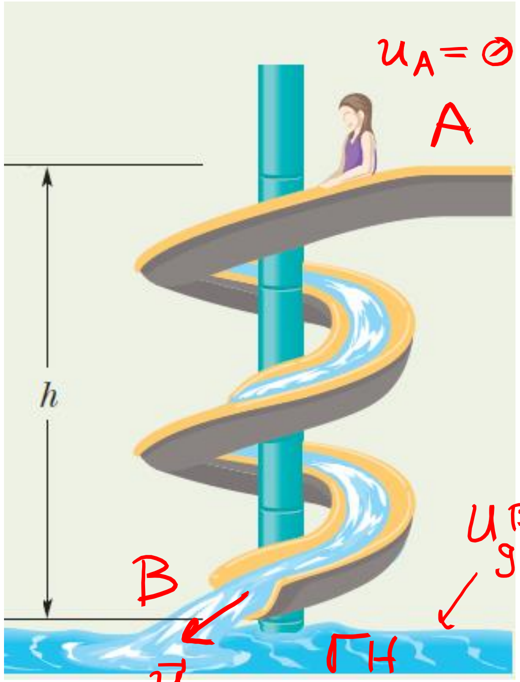
- **<u>Παράδειγμα:</u>**
- Ένα παιδί μάζας m ολισθαίνει από ακίνητη θέση σε μια νεροτσουλήθρα ύψους $h = 8.5\ m$. Υποθέστε ότι η νεροτσουλήθρα περιγράφει μια επιφάνεια χωρίς τριβές και βρείτε την ταχύτητα του παιδιού στο τέρμα της.

Το σύστημά μας θα είναι {Γη, παιδί}.
Οι δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί είναι η $\vec{n}$ και η $\vec{F}_g$. Το $W_n = 0$ γιατί η $\vec{n}$ είναι κάθετη σε οποιαδήποτε μικρή μετατόπιση dx επάνω στην τσουλήθρα. Η μόνη άλλη δύναμη είναι αυτή του βάρους, $\vec{F}_g$, η οποία είναι συντηρητική! Άρα έχουμε ένα απομονωμένο, διμελές σύστημα που παράγει έργο μόνο η $\vec{F}_g$.



Ενέργεια Συστήματος

- **Παράδειγμα – Λύση:**



Άρα από την ΑΔΜΕ στη διαδρομή ΑΒ:

$$\Delta E_{ΜΗΧ}^{A\to B} = 0$$

$$\Delta K_{A\to B} + \Delta U_g^{A\to B} = 0$$

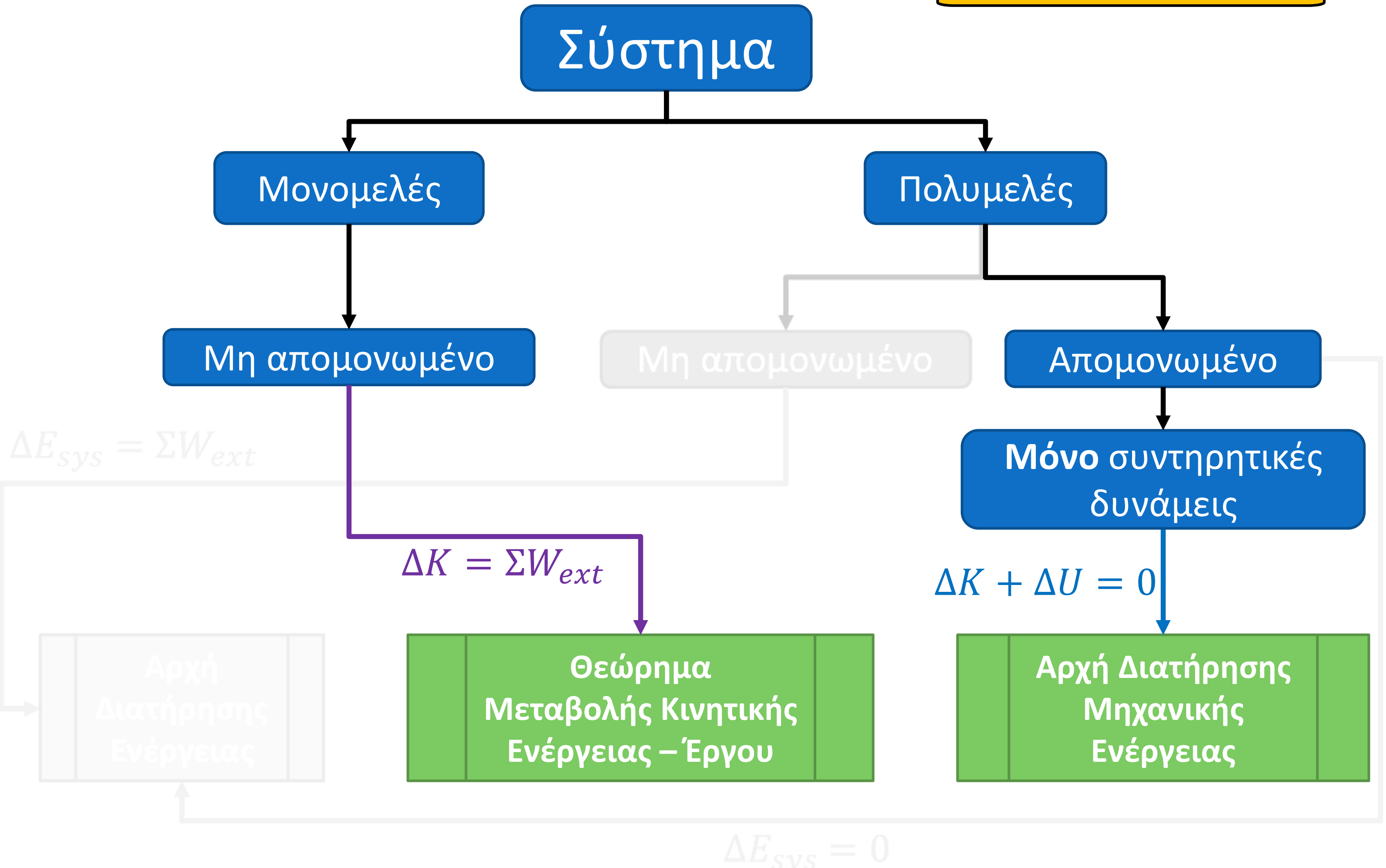
$$K_B - K_A + U_g^B - U_g^A = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}u_B^2 - 0 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$u_B^2 = 2gh \Rightarrow u_B = \sqrt{2gh} \simeq 12.51 \ \frac{m}{s}$$

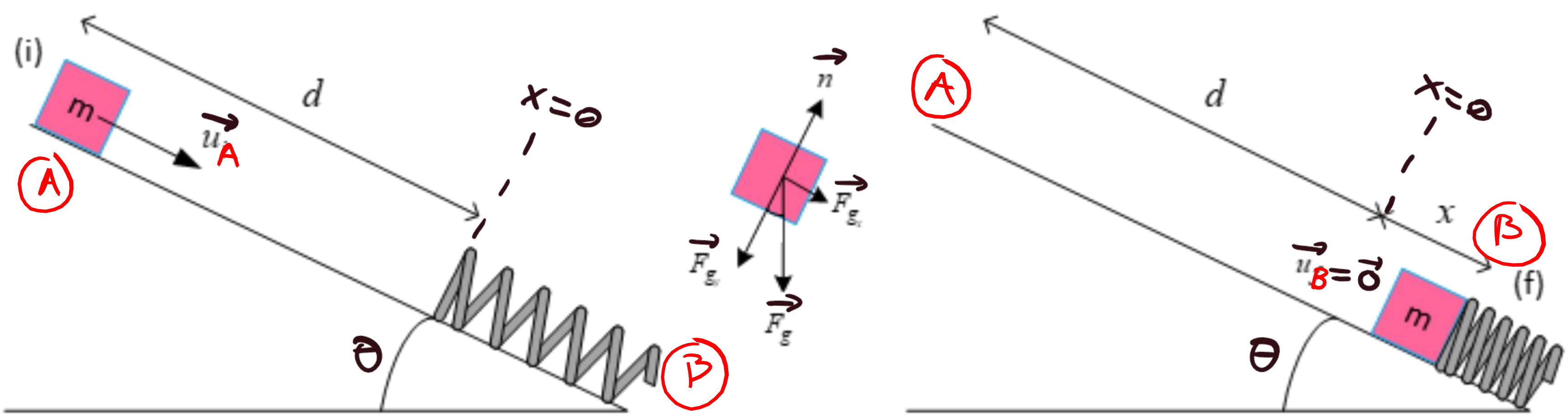
Διατήρηση της Ενέργειας

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων



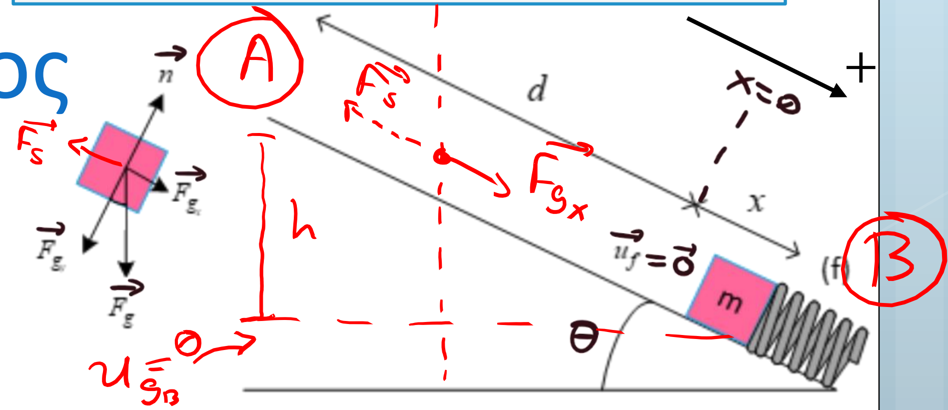
Ενέργεια Συστήματος

- **Παράδειγμα (revisited):**
- Λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ έχει ελατήριο σταθεράς k στερεωμένο στο κάτω μέρος του. Ένα κουτί μάζας m τοποθετείται πάνω στο κεκλιμένο σε απόσταση d από το ελατήριο. Από τη θέση αυτή, το κουτί βάλλεται προς το ελατήριο με ταχύτητα u_0. Πόσο έχει συμπιεστεί το ελατήριο όταν το κουτί φτάνει στιγμιαία σε ηρεμία?



Ενέργεια Συστήματος

- **Παράδειγμα – Λύση:**



Επιλέγουμε ως σύστημα το

{κουτί, Γη, ελατήριο}

Το σύστημα είναι απομονωμένο και σε αυτό δρουν μόνο συντηρητικές δυνάμεις (γιατί $W_n = W_{F_{gy}} = 0$), οι οποίες είναι η δύναμη του βάρους και αυτή του ελατηρίου. Στη διαδρομή Α→Β, ισχύει η ΑΔΜΕ:

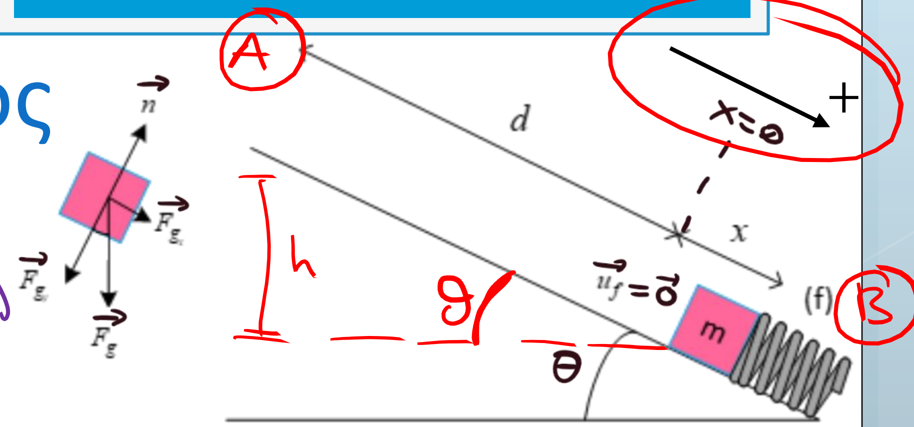
$$\Delta E_{MHX}^{A\to B} = 0 \Leftrightarrow \Delta K_{A\to B} + \Delta U_g^{A\to B} + \Delta U_s^{A\to B} = 0$$

$$\cancelto{0}{K_B} - K_A + U_g^B - U_s^A + U_s^B - \cancelto{0}{U_s^A} = 0$$

$$0 - \frac{1}{2} m u_A^2 + 0 - mgh + \frac{1}{2} k x^2 - 0 = 0$$

Ενέργεια Συστήματος

- **Παράδειγμα – Λύση:**



Άρα

$$h = (d+x)\sin\theta$$

$$\frac{1}{2}kx^2 - mgh - \frac{1}{2}mu_A^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}kx^2 - mg(d+x)\sin\theta - \frac{1}{2}mu_A^2 = 0$$

Άρα

$$x_{1,2} = \frac{mg\sin\theta \pm \sqrt{(mg\sin\theta)^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot k\left(\frac{1}{2}mu_A^2 + mg\sin\theta\cdot d\right)}}{2\,\frac{1}{2}k}$$

Κρατάμε τη θετική ρίζα γιατί η θετική λύση "δείχνει" προς τη θετική φορά της κίνησης (προς τη βάση του κεκλιμένου).

Τέλος Διάλεξης